# **MENOR DE UNA MATRIZ**

Es cualquier determinante que obtengamos de una matriz suprimiendo las filas y columnas que queramos. Ejemplos:

Dada la matriz A = ,  es un menor de orden 2 de la matriz A que se obtiene eliminando las filas 1 y 3 y las columnas 1,3 y 4.

A = ,  es otro menor de la matriz A que se obtiene eliminando la fila 4 y las columnas 4 y 5.

# **RANGO DE UNA MATRIZ**

Se llama **rango** de una matriz al **orden** del mayor menor no nulo. Ejemplo:

A = . Esta matriz es de dimensión (4 x 5). Esto quiere decir que el rango de esta matriz estará comprendido entre 1 y 4 (ya que no podemos formar determinantes de orden 5 al ser 4 el número de filas). Si encontramos un menor de orden 1 distinto de cero, el rango de la matriz será mayor o igual que 1. Si encontramos un menor distinto de cero de orden 2, el rango será mayor o igual que 2. Y así sucesivamente.

**Método general para calcular el rango de una matriz**: sea la matriz:

. Este método consiste en partiendo de un determinante de orden 1, orlarlo a determinantes de orden 2 hasta que encontremos uno distinto de cero. Luego se orla el determinante de orden 2 a uno de orden 3 y así sucesivamente. Este método nos permite no tener que calcular todos los menores que se pueden obtener de la matriz correspondiente.

Lo primero, hay que buscar un determinante de orden uno que sea distinto de cero. Cualquiera de los 12 elementos nos serviría en este caso. Elegimos el elemento a11 = 1. Ahora lo vamos convirtiendo en determinantes de orden 2 utilizando la fila siguiente. Tenemos 3 posibles ampliaciones:

, , 

1 2 3 4 1 2 3 4 1 2 3 4

5 6 7 8 , 5 6 7 8 , 5 6 7 8

4 3 2 1 4 3 2 1 4 3 2 1

Supongamos que los 3 determinantes fuesen nulos (en realidad, ninguno de ellos lo es). Podríamos eliminar entonces la fila 2, con lo que la matriz quedaría:

. Repetimos el proceso anterior, ampliando ahora con los elementos de la antigua fila 3. Tendríamos las siguientes ampliaciones:

, , . Supongamos que estos 3 determinantes son también nulos (en la realidad no lo son). Podríamos eliminar la antigua fila 3, con lo que la matriz quedaría:

. Por tanto, concluiríamos diciendo que la matriz A es de rango 1, ya que no puede ser 2 al tener solo una fila y no poder formar menores de orden 2. Supongamos ahora, que en la primera ampliación, el determinante nos sale distinto de cero, es decir:

≠ 0. Como hemos encontrado un menor de orden 2 distinto de cero, podemos decir que el rango de la matriz A es por lo menos 2, es decir, Rg(A) ≥ 2. Ahora, tomando como base este menor, lo orlamos con la fila siguiente hasta obtener menores de orden 3. Tenemos 2 posibles ampliaciones:

 y 

1 2 3 4 1 2 3 4

5 6 7 8 , 5 6 7 8

4 3 2 1 4 3 2 1

Supongamos que estos dos determinantes fueran nulos. Podríamos eliminar la fila 3, por lo que concluiríamos diciendo que el rango de la matriz A es 2, ya que hemos encontrado un menor de orden 2 distinto de cero y ya no podemos ampliar a menores de orden 3 puesto que solo nos quedan dos filas. En cambio, si alguna de las dos ampliaciones fuera distinta de cero, concluiríamos diciendo que el rango de la matriz A es 3, ya que habríamos encontrado un menor de orden 3 distinto de cero y no podríamos formar menores de orden 4 ya que solo tenemos dos filas.

Reglas generales para el cálculo del rango de una matriz:

1. Si en una línea todos los elementos son nulos, podemos eliminar dicha línea para el cálculo del rango.
2. Si una línea es igual o proporcional a otra (paralela), podemos eliminarla para el cálculo del rango.
3. Si una línea es combinación lineal de las otras, podemos eliminarla para el cálculo del rango.
4. Calcular el rango de la matriz: A = 
5. Calcular el rango de la matriz: B = 